

Куликова Татьяна Александровна,
учитель математики МОУ АСОШ №2
г. Андреаполя Тверской области

**Методическая разработка урока по теме
«Вычисление интегралов. Вычисление площадей фигур с
помощью интегралов»**

Класс: 11

Учебник: Никольский С.Н. Математика: алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Учебник. Базовый и углубленный уровни. Просвещение, 2019 г.

Тип урока: Закрепление и отработка изученного ранее материала. Комбинированный урок.

Формы работы учащихся: индивидуальная работа в тетради, фронтальная работа класса, работа в парах.

Необходимое техническое оборудование: интерактивная доска, документ-камера.

Тема урока:

«Вычисление интегралов. Вычисление площадей фигур с помощью интегралов»

Цель урока:

Отработка навыка нахождения площадей фигур, ограниченных графиками различных функций.

Задачи:

образовательные:

- закрепление понятия «первообразная», «интеграл»;
- закрепление навыков нахождения площадей криволинейных трапеций;

развивающие:

- развитие логического мышления, умения анализировать задачи;
- развитие логики, умения анализировать, делать выводы;
- активизация мышления посредством самостоятельной работы.

воспитательные:

- формирование навыков сотрудничества и самостоятельной работы, навыков взаимоконтроля и самоконтроля, взаимопомощи.
- воспитание информационной и математической культуры учащихся.

Планируемые результаты

Предметные: обобщить и систематизировать знания по теме: «Криволинейная трапеция. Интеграл. Формула Ньютона – Лейбница, формировать умения по нахождению площади плоских фигур с помощью интеграла.

Регулятивные: формировать мотивы познавательной деятельности, определять способы действия в рамках предложенных условий и требований, оценивать правильность выполнения учебной задачи.

Коммуникативные: развивать умение организовывать учебное сотрудничество, работать индивидуально и в группе, аргументировать свое мнение, развивать навыки аргументированной и грамотной речи.

Ход урока:

I. Организационный момент.

«Для того чтобы усовершенствовать ум, надо больше рассуждать, чем заучивать».

Р.Декарт

Цели урока: изучение криволинейной трапеции, решение задач на нахождение площадей криволинейных трапеций, разбор различных способов нахождения площадей криволинейных трапеций и фигур, ограниченных линиями.

II. Актуализация темы. Мотивация учебной деятельности учащихся.

На интерактивной доске инфографика <http://easel.ly/infographic/0j2xzp>

Интегральное исчисление

История понятия интеграла уходит корнями в математику Древней Греции и Древнего Рима. Известны работы учёного Древней Греции - Евдокса Книдского (ок. 408 – ок. 355 до н.э.) на изомежение объёмов тел и вычисления площадей плоских фигур.

Архимед (287-212 до н.э.) выисово ценит результаты древних математиков. Согласно его ждлово, он это могиле высочен шар, вложенный в цилиндр. Архимед показал, что объём такого шара равен двум третям объёма цилиндра. Архимед предложил идею интегрального исчисления, но потребовалось более полутора тысяч лет, прежде чем эти идеи были четко выражены и были доведены до уровня исчисления.

XVII век. Учёные: Г. Лейбниц (1646-1716) и И.Ньютон (1643-1727) открыли независимо друг от друга и практически одновременно формулу, известную в сокращении формулой Ньютона - Лейбница,

$$\int f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a),$$

Лейбниц
↓
Знак интеграла

Бернулли
↙ ↘
Знак интеграла Интегральное исчисление

Эйлер
↓
Пределы интегрирования

В развитии интегрального исчисления приняли участие и русские учёные: М.В.Остроградский, Бунаковский В.Я., Чебышев П.Л.

Греческие математики Эвдокс и Архимед (4;3 века до нашей эры) для решения задач вычисления площадей и объёмов придумали разбивать фигуру на бесконечно большое число бесконечно малых частей и искомую площадь (или объём) вычисляли как сумму площадей (или объёмов) полученных элементарных кусочков.

Кеплер, Галилей, Кавальери, Паскаль, Ферма... все эти ученые занимались интегралами. Во второй половине 17 века идеи, подготовленные всем предшествующим развитием математики, были гениально осознаны, обобщены и приведены в систему английским физиком и математиком И.Ньютоном и немецким математиком В.-Г. Лейбницем. Они создали стройную систему понятий и выработали правила, по которым можно вычислять. Формулой Ньютона-Лейбница мы пользуемся при решении наших задач.

«Смысл там, где змеи интеграла,
Меж цифр и букв, меж d и f!»
Брюсов

III. Повторение. Актуализация знаний, используемых на уроке.

1. Теоретический опрос. Учитель задает вопросы, учащиеся в паре их обсуждают, затем ответ озвучивается.

Вопросы	Ответы
1.Что называется криволинейной трапецией?	Фигура, ограниченная графиком непрерывной, не меняющей знака на $[a;b]$ функции, отрезком $[a;b]$ оси OX , прямыми $x=a$ и $x= b$
2.Формула Ньютона-Лейбница. Объяснить формулу.	$\int_b^a f(x) dx = F(x) \Big _b^a = F(b) - F(a)$
3.Каков алгоритм вычисления площади плоской фигуры, ограниченной заданными линиями?	1. Построить фигуру. 2. Найти пределы интегрирования. 3.Записать формулу вычисления площади через интеграл. 4.Вычислить интеграл.

2. Вычисление интегралов. Ученикам предлагаются карточки с интегралами, которые нужно вычислить. Ребята работают в парах. Каждый решает свои 8 примеров, затем ребята обмениваются тетрадями, каждый проверяет другие 8 примеров, выполненные соседом по парте. Через некоторое время ответы проецируются на доску с помощью документ - камеры или компьютера, и ответы проверяются по доске.

Задания		Ответы	
1. $\int x dx$	1. $\int \frac{1}{7} dx$	1. $\frac{x^2}{2} + c$	1. $\frac{1}{7}x + c$
2. $\int \frac{x}{5} dx$	2. $\int \frac{x dx}{2}$	2. $\frac{x^2}{10} + c$	2. $\frac{x^2}{4} + c$
3. $\int 7x^6 dx$	3. $\int \frac{x^5 dx}{5}$	3. $x^7 + c$	3. $\frac{x^6}{30} + c$
4. $\int (7x+1)^3 dx$	4. $\int (2x-1)^2 dx$	4. $\frac{7}{2}x^2 + x + c$	4. $\frac{(2x-1)^3}{6} + c$
5. $\int 10 \sin 5x dx$	5. $\int 3 \cos 3x dx$	5. $-2 \cos 5x + c$	5. $\sin 3x + c$
6. $\int 3(5x+1)^2 dx$	6. $\int 4(5-6x)^3 dx$	6. $\frac{(5x+1)^3}{5} + c$	6. $-\frac{(5-6x)^4}{6} + c$
7. $\int \frac{dx}{x^3}$	7. $\int \frac{dx}{x^4}$	7. $-\frac{1}{2x^2} + c$	7. $-\frac{1}{3x^3} + c$
8. $\int \sqrt[4]{x^3} dx$	8. $\int \sqrt[3]{x} dx$	8. $\frac{4}{7}x^4 \sqrt{x^3} + c$	8. $\frac{3}{4}x^3 \sqrt{x} + c$

Приложение 1.

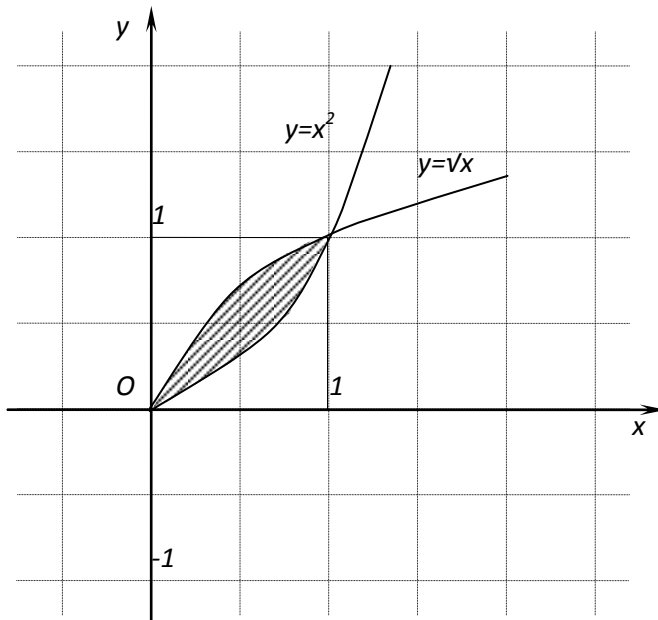
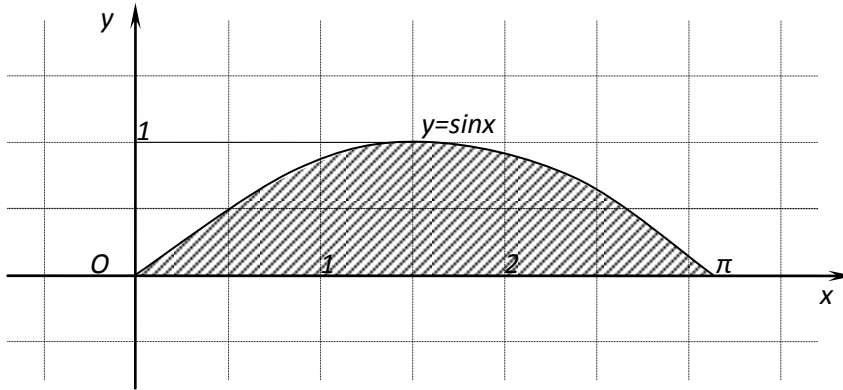
Критерии оценивания задания:

8 примеров решено верно – 5 баллов, 7 примеров решено верно – 4 балла,
 5-6 примеров - 3 балла, 3-4 примера – 2 балла, 1-2 примера – 1 балл.

Оценка выставляется на полях тетради.

III. Применение знаний, формирование умений.

1. Ученикам предлагается несколько заданий. Нужно найти площади предложенных фигур. Работа идет в парах.



Приложение 2.

Учитель наблюдает за выполнением работ, при необходимости консультирует, затем выбирает учеников, у которых наиболее правильно и аккуратно оформлено задание, проецирует с помощью документ-камеры работу на экран. Ученики рассказывают, как находили площадь, отвечают на вопросы одноклассников.

Ребята оценивают свои работы.

Критерии оценивания: полное и правильное решение каждого задания оценивается 2 баллами, ошибки в вычислениях – 1 балл задание, нет решения – 0 баллов. Баллы выставляются на полях тетради.

2. Ученикам предлагаются дифференцированные разноуровневые задания.

Задание на 3 балла.

Вычислите площадь фигуры, ограниченной прямыми $y = -x$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 5$.

Задание на 4 балла.

Вычислите площадь фигуры, ограниченной прямой $y = -x$ и параболой $y = 2x - x^2$.

Задание на 5 баллов.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой: $y = x^2 - 2x + 2$, $y = -x^2 + 6$.

Приложение 3.

Предварительно повторяют план решения.

План решения задания на 3 балла:

1. Построить криволинейную трапецию.
2. Определить пределы интегрирования
3. Найти площадь криволинейной трапеции, используя формулу Ньютона – Лейбница.

План решения задания на 4 и 5 баллов:

1. Изобразить фигуру. Выяснить, является ли она криволинейной трапецией
2. Найти пределы интегрирования, найдя точки пересечения графиков.
3. Найти площадь фигуры.

Работу каждый выполняет индивидуально. Ребята, выполнившие работу первыми, дают её учителю на проверку, затем помогают учителю проверить работы остальных учащихся и помочь им, если возникли затруднения. Задание оценивается в зависимости от сложности и качества выполнения (3, 4 или 5 баллов)

Наиболее часто встречающиеся ошибки может разобрать учитель.

Графики и ответы

Приложение 4.

IV. Обобщение и систематизация знаний и умений, полученных на уроке.

Вопрос классу: Что нужно знать для того, чтобы найти площадь фигуры, ограниченной линиями?

Давайте посмотрим различные виды фигур, площади которых мы должны научиться находить.

Презентация.

Приложение 5.

Учитель: На следующих уроках мы продолжим работу по нахождению площадей с помощью интегралов, а также посмотрим, как данные знания можно использовать на других предметах: биологии, физике, экономике.

V. Рефлексия. Оценки за урок.

Подсчет баллов.

Критерии оценок за урок: «5» - 12-14 баллов, «4» - 10-11 баллов, «3» менее 9 баллов.

Учитель может поставить еще одну оценку за активность на уроке.

Рефлексия – «Маркировка на полях»

Обозначение с помощью знаков на полях возле заданий:

«+» - знал,

«!» - узнал,

«?» - хочу узнать

Тетради сдают учителю на проверку.

VI. Домашнее задание.

Домашнее задание из учебника (при необходимости – пояснить).
Дополнительное задание: Найти, используя Интернет, примеры практического применения вычисления площади криволинейной трапеции.

Литература.

1. **Учебник:** Никольский С.Н. Математика: алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Учебник. Базовый и углубленный уровни. Просвещение, 2019 г.
2. http://pskgu.ru/ebooks/horew/horew_01_01.pdf - исторические сведения об интегральном исчислении